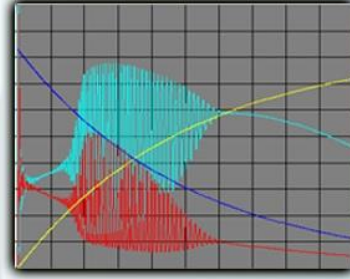


مقدمة في

المعادلات التفاضلية الاعتيادية وتطبيقاتها



تأليف

الدكتور علي محمد صادق سيفي

أستاذ التحليل العددي والمعادلات التفاضلية المشارك

الجامعة الأمريكية في القاهرة

الدكتور سمير بشير حديد

أستاذ التحليل الدالي والمعادلات التفاضلية

شبكة جامعة عجمان للعلوم والتكنولوجيا



الدكتور سمير بشير حديد – أستاذ
محل وتاريخ الولادة: الموصل / 1948 – العراق
بكالوريوس – جامعة الموصل – العراق - 1971
ماجستير – جامعة سسكس – انكلترا - 1975
دكتوراه – جامعة لندن – انكلترا - 1979
التخصص: الرياضيات / التحليل الدالي والمعادلات التفاضلية
رئيس قسم الرياضيات والعلوم / شبكة جامعة عجمان للعلوم والتكنولوجيا
شارك في مؤتمرات عالمية ومحلية في: امريكا، بريطانيا، بلغاريا، بولندا،
اليابان، العراق، الأردن، السعودية، الإمارات العربية المتحدة.
نشر 29 بحثاً متخصصاً في مجلات عالمية
المؤلفات: التحليل العقدي ، طبع جامعة الموصل، 1982
المتغيرات المعقدة وتطبيقاتها ، طبع جامعة الموصل، 1985
مقدمة في التبولجيا العامة ، طبع جامعة الموصل، 1988



الدكتور علي محمد صادق سيفي – استاذ مشارك
محل وتاريخ الولادة: بغداد / 1946 – العراق
بكالوريوس – جامعة بغداد – العراق – 1967
ماجستير – جامعة بغداد – العراق - 1970
دكتوراه – جامعة سسكس – انكلترا - 1977
التخصص: رياضيات / التحليل العددي والمعادلات التفاضلية
قسم الرياضيات / الجامعة الامريكية في الشارقة
شارك في مؤتمرات عالمية و محلية في: اسبانيا، امريكا، بريطانيا،فرنسا،
بلغاريا، الأردن، العراق، الإمارات العربية المتحدة.
نشر 18 بحثاً متخصصاً في مجلات عالمية
المؤلفات: مبادئ الأحصاء، طبع جامعة بغداد، 1985
مبادئ التحليل العددي، طبع جامعة بغداد، 1986
طرائق عددية، طبع جامعة بغداد، 1990

مقدمة في المعادلات التفاضلية الاعتيادية وتطبيقاتها

تأليف

الدكتور علي محمد صادق سيفي

أستاذ التحليل العددي والمعادلات التفاضلية المشارك
الجامعة الأمريكية في الشارقة

sayfy@aus.edu

الدكتور سمير بشير حديد

أستاذ التحليل الدالي والمعادلات التفاضلية
شبكة جامعة عجمان للعلوم والتكنولوجيا

sbhadid@yahoo.com

إهداء الى
رمز العز والتاريخ والحضارة والصمود

العراق

المحتويات

III	الإهداء
IX	المقدمة
XI	المخطط الانسيابي لموضوعات الكتاب
1	الفصل الأول : مفاهيم واصطلاحات
1	1.1 أنواع المعادلات التفاضلية
3	1.2 الصيغة القياسية للمعادلة التفاضلية
4	1.3 حلول المعادلات التفاضلية ومجالها
8	1.4 تصنيف المعادلات التفاضلية
13	1.5 رسم حلول المعادلات التفاضلية
15	1.6 عائلة حلول المعادلات التفاضلية
19	1.7 مسائل القيم الابتدائية
22	1.8 وجود حل المعادلة التفاضلية و وحدانيته
28	1.9 منحنيات الحل و الحقل الاتجاهي
33	1.10 المخرجات التعليمية للفصل
34	تمارين الفصل الأول
39	الفصل الثاني : معادلات تفاضلية من الرتبة الأولى وطرائق حلها
40	2.1 فصل المتغيرات
43	2.2 المعادلات المتجانسة
48	2.3 المعادلات التامة
54	2.4 المعادلات الخطية
60	2.5 معادلة برنولي
63	2.6 معادلة ريكاتي
64	2.7 معادلة كليريت
65	2.8 طرائق التعويض
69	2.9 المخرجات التعليمية للفصل
70	تمارين الفصل الثاني

79	الفصل الثالث : تطبيقات المعادلات التفاضلية من الرتبة الأولى
79	3.1 المسارات المتعامدة
88	3.2 تطبيقات في الفيزياء
92	3.3 تطبيقات في الكهربائية (الدارات الكهربائية)
97	3.4 تطبيقات في علم الأحياء
101	3.5 تطبيقات في الكيمياء
106	3.6 تطبيقات المعادلات التفاضلية غير الخطية
112	3.7 المخرجات التعليمية للفصل
113	تمارين الفصل الثالث
117	الفصل الرابع : معادلات تفاضلية من الرتب العليا
117	4.1 مسائل القيم الابتدائية
121	4.2 مسائل القيم الحدودية
123	4.3 الحلول المعتمدة خطأً والمستقلة خطأً
128	4.4 المعادلات الخطية المتجانسة
133	4.5 المعادلات الخطية غير المتجانسة
138	4.6 المخرجات التعليمية للفصل
139	تمارين الفصل الرابع
143	الفصل الخامس : طرق حل المعادلات التفاضلية من الرتب العليا
143	5.1 طريقة اختزال الرتبة
147	5.2 المعادلات الخطية المتجانسة من الرتب العليا ذات المعاملات الثابتة
	5.3 طريقة المعاملات غير المحددة
	152
159	5.4 طريقة المؤثرات التفاضلية
167	5.5 طريقة تغيير المعلمات
	5.6 معادلة كوشي - أويلر
	175
180	5.7 المخرجات التعليمية للفصل
181	تمارين الفصل الخامس

187	الفصل السادس : تطبيقات على المعادلات التفاضلية من الرتب العليا
187	6.1 الاهتزاز الحر
198	6.2 الاهتزاز الحر المخمد
206	6.3 الاهتزاز القسري المخمد
210	6.4 الاهتزازات القسرية
218	6.5 الدارات الكهربائية
222	6.6 المخرجات التعليمية للفصل
223	تمارين الفصل السادس
227	الفصل السابع : حل المعادلات التفاضلية الخطية باستخدام سلاسل القوى
227	7.1 مراجعة لسلاسل القوى
234	7.2 النقاط الاعتيادية والمنفردة
236	7.3 الحلول حول نقطة اعتيادية
246	7.4 الحلول حول نقطة منفردة
257	7.5 معادلتا بيسل وليجنندر
265	7.6 المخرجات التعليمية للفصل
266	تمارين الفصل السابع
269	الفصل الثامن : حل المعادلات التفاضلية باستخدام تحويلات لابلاس
270	8.1 تحويل لابلاس
281	8.2 تحويل لابلاس العكسي و مبرهنات الانتقال
291	8.3 تحويل لابلاس للمشتقات وحل مسائل القيم الابتدائية
298	8.4 تحويلات لابلاس لبعض الدوال المهمة ومبرهنة الالتفاف
313	8.5 المخرجات التعليمية للفصل
314	تمارين الفصل الثامن
319	الفصل التاسع : حلول منظومات المعادلات التفاضلية وطرائق حلها
319	9.1 منظومات مسائل القيم الابتدائية

324	9.2	منظومات المعادلات التفاضلية الخطية المتجانسة من الرتبة الأولى ذات المعاملات الثابتة
330	9.3	حلول المنظومات الخطية المتجانسة من الرتبة الأولى ذات المعاملات الثابتة
343	9.4	حلول المنظومات الخطية غير المتجانسة من الرتبة الأولى ذات المعاملات الثابتة
346	9.5	المخرجات التعليمية للفصل
347		تمارين الفصل التاسع
351		الفصل العاشر : الحلول العددية للمعادلات التفاضلية
351	10.1	الحلول العددية والطرائق العددية
357	10.2	طرائق أويلر العددية
374	10.3	طرائق خطية متعددة الخطوات
384	10.4	طرائق رونكه - كوتا
395	10.5	الحلول العددية لمنظومات مسائل القيم الابتدائية من الرتبة الأولى
404	10.6	المخرجات التعليمية للفصل
405		تمارين الفصل العاشر
411		ملحق التقنيات
433		المصادر
435		أجوبة الأسئلة الفردية
451		المصطلحات (انكليزي - عربي) و (عربي - انكليزي)
460		المرفقات: قرص ممغنط

المقدمة

إن الحضارة الحديثة مدينة أساساً للحضارة العربية بما نقلت عنها أصول العلم وتفرعاته، وإن أمتنا تواجه تحدياً في مطاوعة لغتنا العربية لتستوعب كل النظريات والاكتشافات السريعة التطور والتجدد من أجل استعادة مركزها القيادي الذي تراجعت عنه زمنياً طويلاً.

ما زالت الدراسة في جامعاتنا العربية بحاجة إلى عدد من الكتب العلمية باللغة العربية في مختلف ميادين العلوم. وكثيراً ما تكون اللغة عائقاً في إعداد الأجيال التي تريد أن تبني صرح النهضة والحضارة على أسس وطيدة من المعرفة الحقة والتخطيط السليم. ومن هذا المنطلق وجدنا لزاماً علينا القيام بجزء متواضع من هذا الواجب في تأليف هذا الكتاب باللغة العربية الذي يعد ثمرة محاضرات في المعادلات التفاضلية ألقيت على طلبة الرياضيات والعلوم والهندسة في جامعات متعددة من الوطن العربي مدة تزيد على ربع قرن.

وقد راعينا في تأليفه الأمانة العلمية، والدقة، والشرح الواضح، مكثرين من الأمثلة المحلولة والتطبيقات الفيزيائية والهندسية، وفي مجالات أخرى، والتمرينات والتدريبات التي قدّمنا حلولاً لبعضها متوخين من وراء ذلك تسهيل المادة وتعميق الفائدة للطالب.

يعالج هذا الكتاب بصورة عامة المواضيع الأساسية في المعادلات التفاضلية وتطبيقاتها، ولأجل أن يكون القارئ مهيناً لاستيعاب مادة الكتاب، يجب أن يكون ملماً بموضوع التفاضل والتكامل وبخاصة طرائق التكامل والاشتقاق الجزئي.

نود هنا الإشارة إلى الدور المهم الذي تؤديه المعادلات التفاضلية في عصرنا الحالي وبفضلها وصلنا إلى هذا التطور وتم غزو الفضاء وإطلاق الصواريخ الموجهة وحساب مدارات الكواكب، زيادة على استخداماتها في الكيمياء وحساب سرعة التفاعلات الكيميائية الذرية، وحساب أعمار المتحجرات في الأحياء ومعدل تزايد البكتيريا في حقل التجارب و في دراسة التغير الذي يعتري أشياء أخرى كثيرة عدا الحركة. وفي الحقيقة يمكن القول إن تطبيقات المعادلات التفاضلية تستخدم في أغلب مجالات الحياة.

أما الفرع الآخر من المعادلات التفاضلية والذي يسمى بالمعادلات التفاضلية الجزئية وهو خارج نطاق هذا الكتاب، فله تطبيقات كثيرة في الفيزياء والهندسة ومجالات أخرى.

ولا بد من الإشارة أيضاً إلى أن للمعادلات التفاضلية الكسرية تطبيقات متقدمة في مجالات الفيزياء والكيمياء والهندسة، وغير ذلك. وتعدّ المعادلات التفاضلية الكسرية تعميماً وتطويراً لما سبق الإشارة إليه برغم كونها ليست من موضوعات الكتاب أيضاً، وللعلماء العرب والمسلمين الرياضيين المعاصرين فضل وإسهامات في تطوير جزء من نظرياتها، واستخدامها في التطبيق.

وأفرغنا مادة هذا الكتاب في فصول عشرة؛ يحتوي الفصل الأول منها على الاصطلاحات الرئيسية والتعاريف. ويبحث الفصلان الثاني والثالث في طرائق حل المعادلات التفاضلية الخطية ذات الرتبة الأولى مع تطبيقاتها. ويتضمن الفصل الرابع والخامس والسادس تصنيف وطرائق حل المعادلات التفاضلية الخطية ذات الرتبة الثانية مع تطبيقاتها. ويحتوي الفصل السابع على المعادلات التفاضلية ذات المعاملات المتغيرة وطرائق حلها باستخدام سلاسل القوى. ويتناول الفصل الثامن تحويلات لابلاس ومعكوساتها واستخدامها في حل المعادلات التفاضلية. ويشمل الفصل التاسع منظومة المعادلات التفاضلية وطرائق حلها. أما الفصل الأخير فيتناول الحلول العددية وطرائقها.

ومن أجل أن يأخذ الكتاب بعداً تربوياً يساير مادة الكتاب ويحقق أهدافه ذكرنا المخرجات التعليمية للفصل للتأكد من أن الطالب في نهاية كل فصل قد أتقن المادة العلمية وحقق أهداف الكتاب. كما نود الإشارة إلى أن المؤلفين - من أجل مواكبة العلم والمعرفة وتعريف الطالب باستخدام تقنيات تربوية حديثة في التعليم تسهل عرض مواضيع الكتاب - قد أضافا بعد الفصل الأخير ملحقاً خاصاً ببرمجية (MAPLE) المعروفة في حقل الرياضيات مع إعطاء الأوامر والإيعازات الضرورية لحل المعادلات التفاضلية بأنواعها المختلفة و رسم حقولها الاتجاهية و دوال حلها. كما أضفنا أجوبة التمارين الفردية لكل فصل لإكساب الطالب ثقة بالنفس حين حل التمارين، وتركنا الأسئلة الزوجية بدون جواب كي يحصل عليها بنفسه. هذا بالإضافة إلى تجهيز كل نسخة من هذا الكتاب بقرص ممغظ CD يحتوي على التمارين وأجوبة الأسئلة الفردية و بعض الحلول والرسومات والبرامجيات المستخدمة في الكتاب. وأخيراً فقد ألحقنا الكتاب بقائمة مصادر أجنبية وعربية تحوي كتباً وبحوثاً حديثة، ولتيسير الأمور على الطالب عرضنا المصطلحات المستخدمة بالكتاب باللغتين الانكليزية والعربية.

في الختام يتوجه المؤلفان بخالص شكرهما وتقديرهما إلى الدكتور حازم سعيد يونس/ أستاذ اللغة العربية المشارك- شبكة جامعة عجمان للعلوم والتكنولوجيا لتفضله بقراءة الكتاب وتقويمه لغوياً. كما يتوجه المؤلفان بشكرهما وتقديرهما إلى: الدكتور مزاحم الزبيدي والدكتور مهدي صالح لتفضلهما بقراءة مسودة الكتاب وابداء بعض الآراء المفيدة، وإلى الأستاذ سالم العجيل لتفضله بمراجعة التطبيقات الفيزيائية ورسم الأشكال المتعلقة بها، و إلى سما علي سيفي لتصميمها الغلاف. كما يهدي المؤلفان شكرهما وتقديرهما إلى كل من أسهم في إخراج هذا العمل سواء بالرأي أو التشجيع. ويرحب المؤلفان بأية ملاحظات او مقترحات تسهم بإضافات نوعية للطبعة القادمة.

والله من وراء القصد

المؤلفان
أيلول 2007م

المخطط الانسيابي لموضوعات الكتاب

